Auffrischen von Schulkenntnissen vor dem Besuch der DVA/GDV-Lehrgänge

Die nachstehenden Ausführung sollen Teilnehmern der technisch geprägten Lehrgänge für Sachverständige, wie sie vom GdV unter der Regie der Deutschen Versicherungsakademie angeboten werden, die Möglichkeit geben, ihre möglicherweise verblassten Schulkenntnisse aus dem Bereich der elementaren Mathematik und Physik vor Lehrgangsbeginn zu überprüfen und gegebenenfalls aufzufrischen. Die Auswahl der Themen ist deshalb weitgehend an den Anforderungen dieser Lehrgänge orientiert und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit und Systematik, wie sie in üblichen Lehrbüchern zu finden ist.

1. Arithmetik (Rechnen mit Zahlen und Symbolen)

Mathematische Zeichen der Grundrechenarten:

+ plus, addieren, zusammenzählen

– minus, subtrahieren, abziehen

x · mal, multiplizieren, malnehmen (üblich ist auch: 2·a = 2a; a·b = ab)

: / — geteilt durch, dividieren, teilen

= gleich, $\equiv$ identisch, $\neq$ ungleich, $\approx$ ungefähr gleich, < kleiner als, > größer als

Rechnen mit positiven und negativen Zahlen:

Es gibt positive und negative technisch/physikalische Größen, die durch positive und negative Zahlen ausgedrückt werden können. Eine negative Zahl wird üblicherweise durch ein Minuszeichen vor der Zahl gekennzeichnet. Da das Minuszeichen aber auch als Rechenbefehl verwendet wird, kann es sinnvoll sein, eine negative Zahl mit ihrem Vorzeichen in Klammern zu setzen, um deutlich zu machen, dass es sich bei dem Minuszeichen nicht um einen Rechenbefehl handelt. Den positiven Zahlen wird allgemein kein Pluszeichen vorangesetzt. Es ist aber nicht verboten. Dazu einige Beispiele:

$$(-5)+(-3)=(-8);\quad (-5)-(-3)=(-2);\quad (-5)+(+3)=(-2);\quad (-5)-(+3)=(-8)$$

Diese Beispiele hätte man auch anders hinschreiben können, indem man bei der Zahl 3 das Vorzeichen und den Rechenbefehl nach der Regel für das Multiplizieren oder Dividieren von positiven und negativen Zahlen zusammenzieht.

$$(-5)-3=(-8);\qquad (-5)+3=(-2);\qquad (-5)+3=(-2);\qquad (-5)-3=(-8)$$

Die Regeln für das Multiplizieren oder Dividieren von positiven und negativen Zahlen lauten:

$$(+)\cdot(+)=(+);\qquad (-)\cdot(-)=(+);\qquad (+)\cdot(-)=(-);\qquad (-)\cdot(+)=(-)$$

$$(+):(+)=(+);\qquad (-):(-)=(+);\qquad (+):(-)=(-);\qquad (-):(+)=(-)$$

Sind längere Ausdrücke zu berechnen, in denen Addition/Subtraktion und Multiplikation/Division gemischt vorkommen, gilt die Regel "Punktrechnung geht vor Strichrechnung". Das bedeutet, dass zuerst all Multiplikationen/Divisionen ausgeführt werden müssen und danach alle Additionen/Subtraktionen. Wenn man es anders macht, wird die Lösung falsch.

Einige Übungsaufgaben dazu (Lösungen im Anhang):

1. $(-358)-(-274)+2=?$
2. $48+3\cdot(-4)=?$
3. $(-22)\cdot(-9)/(-3)=?$

Rechnen mit Brüchen

Sollen Brüche addiert oder subtrahiert werden, müssen sie zuvor durch sinnvolles Erweitern gleichnamig gemacht werden. Brüche werden multipliziert, indem man jeweils die Zähler und die Nenner miteinander multipliziert. Brüche werden dividiert, indem man mit dem Kehrwert des Divisors multipliziert. Dazu einige Beispiele:

$$\frac{7}{5}+\frac{1}{3}=\frac{21}{15}+\frac{5}{15}=\frac{26}{15}; \quad \frac{7}{5}-\frac{1}{3}=\frac{21}{15}-\frac{5}{15}=\frac{16}{15}; \quad \frac{7}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{7}{15}; \quad \frac{7}{5}:\frac{1}{3}=\frac{7}{5}\cdot\frac{3}{1}=\frac{21}{5}$$

Einige Übungsaufgaben dazu:

4. $27+\frac{16}{21}-\frac{2}{15}=?$

5. $\frac{7}{16}\cdot\frac{16}{21}=?$

6. $\frac{7}{16}:\frac{16}{21}=?$

7. $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=?$

8. $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=?$

Rechnen mit Klammern

Klammern verwendet man, um eine Summe oder eine Differenz als gemeinsamen Ausdruck in einer Multiplikation oder Division zu verwenden. Steht ein Minuszeichen vor einer Klammer, so kann das so aufgefasst werden, als ob die ganze Klammer mit –1 zu multiplizieren wäre. Dann wechselt jeder Ausdruck in der Klammer sein Vorzeichen, wenn man die Klammer auflöst. Dazu einige Beispiele mit allgemeinen Zahlen in Buchstabenschreibweise:

$$a\cdot(2b-3c)=2ab-3ac; \quad -a\cdot(2b-3c)=-2ab+3ac; \quad -[3a-(4b-5c)]=-3a+4b-5c$$

Klammerausdrücke werden miteinander multipliziert, indem man jeden Summanden in der einem Klammer mit jedem Summanden in der anderen Klammer multipliziert. Beispiele:

$$(2a-4b)\cdot(3c+5d)=6ac+10ad-12bc-20bd; \quad (-i+3j)\cdot(2k-n)=-2ik+in+6jk-3jn$$

Beliebt ist zur Vereinfachung auch das Ausklammern gemeinsamer Faktoren, wenn sich dadurch die Möglichkeit zum Kürzen eines Bruchs ergibt. Beispiel:

$$\frac{(21ab-3ac)}{(15ad+9af)}=\frac{3a\cdot(7b-c)}{3a\cdot(5d+3f)}=\frac{(7b-c)}{(5d+3f)}$$

Die Division von Klammerausdrücken, auch Polynomdivision genannt, folgt den Regeln der Division natürlicher Zahlen. Wenn dieser Vorgang nicht glatt aufgeht, erhält man einen Restbruch.

Einige Übungsaufgaben dazu:

9. $2s-(3a+3s-4b)+(2a-4b)=?$

10. $-2\cdot[3a-(2b+5c)]=?$

11. $(2a-3b)\cdot(7d-4c)=?$

12. $(5ax-2bx+3ay-2by):(x+y)=?$ (Polynomdivision!)

13. $(3ax+3ay-2bx-2by)=?$ (Ausklammern!)

Rechnen mit Potenzen

Eine Potenz ist eine Basiszahl mit einem Exponenten, welcher angibt, wie oft diese Basis mit sich selbst zu multiplizieren ist. Entgegen aller Vorstellungskraft erlaubt die Mathematik dabei auch Exponenten, die nicht ganze Zahlen sind und auch negativ sein dürfen. Der Taschenrechner liefert dann die Ergebnisse. Beispiele:

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27; \quad 2^{2,5} = 5{,}65685425; \quad 3^{-0,37} = 0{,}665986055; \quad 4^{-0,5} = 0{,}5$$

Negative Exponenten führen zum Kehrwert der Basis mit positivem Exponenten: $a^{-b} = \frac{1}{a^b}$

Zwischen Potenzen und Wurzeln gilt die einfache Beziehung: $a^b = c \;\rightarrow\; a = c^{1/b} = \sqrt[b]{c}$

Deshalb ist das Wurzelsymbol im Grunde überflüssig, wird aber für die häufige Quadratwurzel doch gern benutzt.

Für das Rechnen mit Potenzen gelten folgende Regeln:

Zum Addieren und Subtrahieren von Potenzen müssen Basis und Exponent der beiden Ausdrücke gleich sein. Zum Multiplizieren und Dividieren muss nur die Basis der beiden Ausdrücke gleich sein. Bei ungleicher Basis, aber gleichem Exponenten, kann man eine Klammer setzen.

$$4 \cdot a^n + 5 \cdot a^n = 9 \cdot a^n; \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}; \quad a^m : a^n = a^{m-n}; \quad a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n; \quad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

Einige Übungsaufgaben dazu:

14. $4^2 + 4^2 = ?$

15. $3^2 \cdot 3^3 = ?$

16. $10^6 : 10^2 = ?$

17. $10^{-5} \cdot 10^3 = ?$

18. $2^4 \cdot 3^4 = ?$

19. $(2^3)^2 = ?$

20. $4^{0,2} \cdot 4^{1,8} = ?$

21. $\sqrt[3,2]{22} = ?$

22. $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = ?$

Potenzen von Polynomen ergeben die bekannten binomischen Formeln. Die häufigsten sind:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2; \quad (a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$$

Der Exponent einer Potenz wird auch **Logarithmus** genannt, vor allem wenn er bei einer festgelegten Basis, z.B. 2 oder 10 oder e = 2,718281828... den Potenzwert quasi stellvertretend beschreibt. Es gilt: Der Logarithmus einer Zahl ist der Exponent, mit dem man die gewählte Basis potenzieren muss, um diese Zahl zu erhalten. Die übliche Schreibweise ist:

$\log_{10} 1000 = 3$ heißt: Der Logarithmus von 1000 zur Basis 10 ist 3, weil 10^3 = 1000.
$\ln 1000 = 6{,}907755279$ heißt: Der ln von 1000 zur Basis e ist 6,9..., weil $e^{6,9...}$ = 1000.

Logarithmen zur Basis 10 werden üblicherweise mit lg abgekürzt, aber nicht bei MS Excel, wo sie LOG10 genannt werden. Mit LN oder ln (Logarithmus Naturalis) wird der naturwissenschaftlich wichtige Logarithmus zur Basis e bezeichnet.

Wie bereits weiter oben erkennbar, unterliegen die Logarithmen (Exponenten) bei Rechenoperationen mit der Basis einer "niedrigeren" Rechenstufe (Ausnahme Addition/Subtraktion).

$$\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b\,; \quad \lg\frac{a}{b} = \lg a - \lg b\,; \quad \lg a^b = b \cdot \lg a\,; \quad \lg b^{1/a} = \frac{\lg b}{a}$$

Damit konnten in der Vergangenheit langwierige Rechenoperationen mit Hilfe von Logarithmentafeln erleichtert und verkürzt werden. Die Bedeutung der Logarithmen als manuelle Rechenhilfe ist mit der Einführung elektronischer Rechner gesunken. Deshalb wird hier auf weitere Beispiele und Übungsaufgaben verzichtet.

2. Gleichungen

Bestimmungsgleichungen sind in Mathematik, Naturwissenschaften und Technik unerlässliche Werkzeuge, um Zusammenhänge zu beschreiben und unbekannte Größen anhand bekannter Größen zu bestimmen. Ist eine Gleichung erst einmal aufgestellt worden, wobei die unbekannte Größe bereits einen Namen oder ein Symbol erhält, oft das Zeichen x, so braucht die Gleichung nur so umgestellt zu werden, dass x allein auf einer Seite steht und die andere Seite nach den Regeln der Arithmetik "ausgerechnet" werden kann.

Für das Umstellen einer Gleichung gilt die Regel, dass außer der Division durch Null alles erlaubt ist, wenn es auf beiden Seiten der Gleichung gemacht wird. Dazu ein Beispiel:

$\sqrt{4x-8} = 2a-4$ / beide Seiten quadrieren

$4x-8 = 4a^2 - 16a + 16$ / auf beiden Seiten 8 addieren

$4x = 4a^2 - 16a + 24$ / auf beiden Seiten durch 4 teilen

$x = a^2 - 4a + 6$ / Lösung der Gleichung

Übungsaufgaben:

23. $cx - 3c = 6d - 2dx$

24. $\frac{4}{5x} = \frac{4}{40} + \frac{7}{10x}$

25. $d = \sqrt{(a+x)^2 + b^2 + c^2} - L$

26. $65 = 110 \cdot e^{-x \cdot \pi}$

Das Aufstellen von Gleichungen ist meist schwieriger als das Lösen derselben. Daher auch einige Übungsaufgaben hierzu:

27. Potenziert man eine Zahl mit 3, zieht von dem Produkt 4 ab, zieht daraus die Wurzel und addiert dazu die Zahl 12, so erhält man die Zahl 14. Wie groß war die anfängliche Zahl?

28. Ein Schwerstück soll mit 130 Laschings gesichert werden. Ein Team von 2 Mann benötigt im Schnitt 12 Minuten für einen Lasching. Die Arbeit soll in 5 Stunden abgeschlossen sein mit einer halbe Stunde Arbeitspause. Wie viele Teams müssen beschäftigt werden?

29. Beim Anheben eines Schwerstücks von 126 t mit dem Bordkran befindet sich der Haken über dem Kai im Abstand von 18,2 m von der Mittschiffslinie des Schiffes. Wie viele Tonnen Wasser müssen während des Anhebens vom Backbord- zum Steuerbord-Seitentank umgepumpt werden, damit das Schiff aufrecht bleibt, wenn der Querabstand der Tankschwerpunkte 22,4 m beträgt?

30. Eine Ladungseinheit von 12000 daN Gewicht wird mit senkrechten Niederzurrungen gesichert. Jeder Niederzurrung werden 500 daN Vertikalkraft auf die Ladung zugerechnet. Wie viele Niederzurrungen sind erforderlich, wenn mit einem Reibbeiwert von $\mu = 0{,}4$ gerechnet wird und gegen eine horizontale Kraft von 0,5 des Gewichts der Ladungseinheit gesichert werden soll?

Er gibt Gleichungssysteme mit mehreren Unbekannten. Zur eindeutigen Lösung müssen die Zahl der Unbekannten und die Zahl der Gleichungen (Bedingungen) gleich sein. Es gibt auch quadratische Gleichungen, zu deren Lösung Standardformeln verwendet werden. Weiterhin gibt es Proportionsgleichungen (Dreisatz) und zahlreiche andere Formen bis hin zu Differenzialgleichungen der höheren Mathematik, die nicht immer geschlossen lösbar sind.

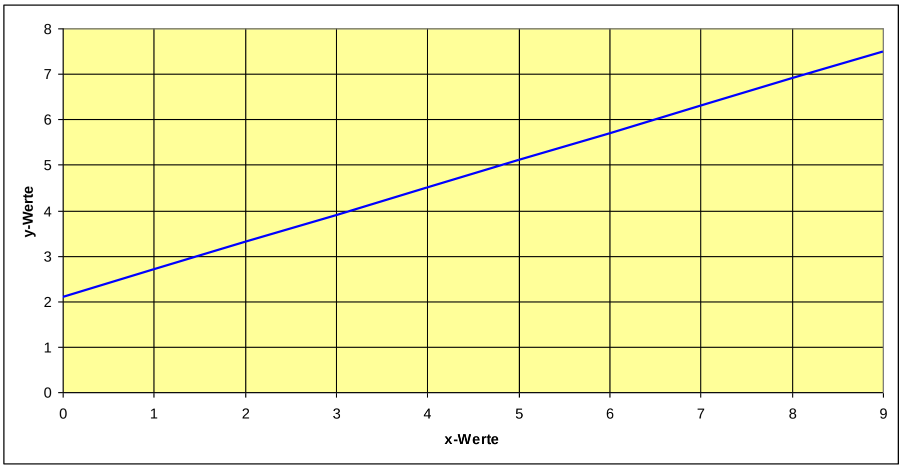
3. Funktionen

Funktionen sind im Grunde Gleichungen mit mehr als einer Unbekannten. Dabei kann man sie so auffassen und auch hinschreiben, dass eine der Unbekannten von der Größe der anderen abhängt. Die Funktionsgleichung beschreibt diese Abhängigkeit, die auch graphisch als Kurve oder Kurvenschar dargestellt werden kann. Eine einfache Funktion zeigt die lineare Abhängigkeit des y von x mit dem Steigungsfaktor a und dem Basiswert b.

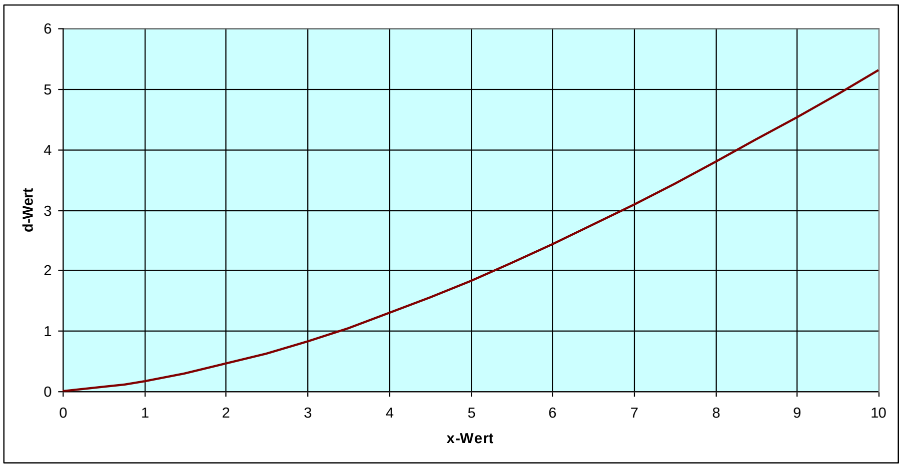
$$y = a \cdot x + b$$

Beispiel: Mit a = 0,6 und b = 2,1 kann man eine Wertetabelle für den Bereich von x = 0 bis x = 9 aufstellen und auch eine Kurve zeichnen, die hier eine einfache Gerade ist.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	2,1	2,7	3,3	3,9	4,5	5,1	5,7	6,3	6,9	7,5



Nach diesem Schema lassen sich für unzählige technisch/naturwissenschaftliche Zusammenhänge Funktionen und Kurven aufstellen und zeichnen. So kann z.B. die Gleichung in Übungsaufgabe 25 so aufgefasst werden, dass man d in Abhängigkeit unterschiedlicher Werte von x für den Bereich x = 0 bis 10 mit den Werten a = 1, b = 7, c = 5 und L = 8,66 darstellen möchte. Das Ergebnis ist eine gekrümmte Kurve.



4. Geometrie

Die Geometrie ist die umfangreiche Lehre von den Linien, Längen und Winkeln bis hin zu Flächen (Planimetrie) und Räumen (Stereometrie). Hier sollen einige Grundlagen aufgefrischt werden.

Winkel werden überwiegend in Grad angegeben, wobei der rechte Winkel 90° erhält. Nur im Vermessungswesen und im Bergbau wird das Neugrad verwendet, seit 1980 amtlich Gon genannt, bei dem der rechte Winkel 100 Gon enthält. In der Artillerie gibt es als Winkeleinheit den Strich mit 1600 Strichen für den rechten Winkel und in der Nautik war früher ebenfalls der Strich bekannt, allerdings mit nur 8 Strichen für den rechten Winkel.

Daraus ist erkennbar, dass diese Winkelmaße alle willkürlich und daher mathematisch nicht direkt verwendbar sind. Das einzige universelle Winkelmaß ist das **Bogenmaß** mit der Einheit rad (Radiant), bei dem die Bogenlänge eines durch einen Winkel abgegrenzten Teilkreises in Einheiten des zugehörigen Radius gemessen wird. Die Bogenlänge eines rechten Winkels beträgt genau $\pi/2$ mit $\pi = 3{,}141592654$.

Für die häufige Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß gibt es die einfache Formel:

Bogenmaß = Gradmaß $\cdot\ \pi$ / 180 oder vereinfacht: Bogenmaß = Gradmaß / 57,3

Beispiel: Der Winkel von 30° hat das Bogenmaß 30 / 57,3 = 0,5236 rad

Weitere geometrische Grundlagen:

Fläche eines Dreiecks = Grundseite · Höhe / 2

Die Winkelsumme in einem Dreieck beträgt 180°

Umfang eines Kreises mit dem Durchmesser d = $d \cdot \pi$

Fläche eines Kreises mit dem Durchmesser d = $d^2 \cdot \pi / 4$

In einem rechtwinkeligen Dreieck mit den Katheten a und b und der Hypotenuse c gilt der Satz des Pythagoras: $c^2 = a^2 + b^2$, folglich: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

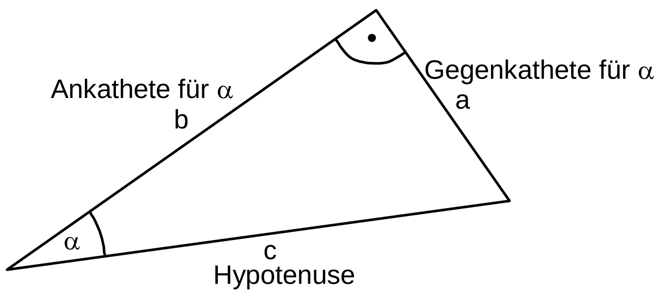
Daraus kann für die räumliche Diagonale d in einem Quader mit den Seitenlängen a, b und c abgeleitet werden: $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$, folglich: $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

Die **Trigonometrie** ist eine Erweiterung der Geometrie auf der Basis von Winkelfunktionen. Ausgangspunkt ist das rechtwinkelige Dreieck. Einer der beiden Winkel wird betrachtet, z.B. der Winkel α. Er wird von einer der beiden Katheten und der Hypotenuse gebildet. Diese Kathete ist für diesen Winkel die "Ankathete", die andere die "Gegenkathete". Dann gelten folgende drei Beziehungen:

Sinus α = Gegenkathete / Hypotenuse = a / c

Kosinus α = Ankathete / Hypotenuse = b / c

Tangens α = Gegenkathete / Ankathete = a / b

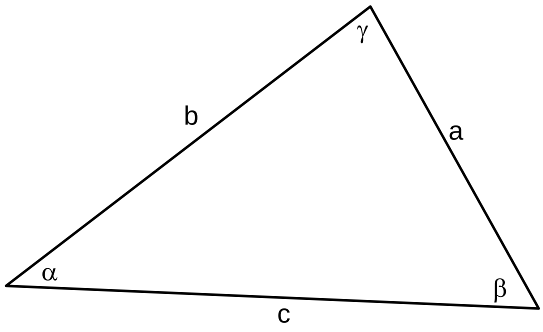


Das ist im Grunde schon alles. Interessant ist folgender Zusammenhang: Gibt man der Hypotenuse die Größe 1, so ist der Sinus des Winkels gleich der Länge der Gegenkathete und der Kosinus gleich der Länge der Ankathete in dem rechtwinkligen Dreieck. Mit dem Satz des Pythagoras erhält man die Beziehung:

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ und daraus: $\sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$ oder $\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha}$

Das gilt für beliebige Winkel α zwischen 0 und 90°, wie man mit Hilfe des Tascherechners nachprüfen kann.

Aus diesen drei Definitionen kann viel gemacht werden, z.B. auch Formeln für die Berechnung von Größen in schiefwinkligen Dreiecken.



Sinussatz im schiefwinkligen Dreieck: $a : b = \sin\alpha : \sin\beta$

Kosinussatz im schiefwinkligen Dreieck: $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$

5. Mechanik

Zur Auffrischung der Kenntnisse aus der Mechanik reicht es hier aus, einige Begriffe und Zusammenhänge zu erklären. Auf Berechnungen wird verzichtet, weil diese wesentlicher Bestandteil der Lehrgänge sind.

Masse ist eine unveränderliche[1] Eigenschaft jeder Materie. Die Grundeinheit ist das Kilogramm. Masse darf nicht mit Gewicht verwechselt werden, obwohl dies umgangssprachlich die Regel ist. Das Gewicht einer Masse ist eine Kraft.

Kraft ist ein Vektor aus Betrag und Richtung. Eine Kraft darf in ihrer Wirklinie beliebig verschoben werden. Die Grundeinheit der Kraft ist das Newton [N]. Kräfte können nach den Regeln der Vektorrechnung oder auch zeichnerisch in Komponenten zerlegt werden oder umgekehrt aus Komponenten durch Vektoraddition zusammengefügt werden.

Drehmoment ist das Produkt aus Kraft mal Hebel. Der Hebel steht senkrecht auf dem Kraftvektor. Der Begriff Moment wird darüber hinaus auch für andere Dimensionen verwendet, wenn sie in einem Abstand zu einem Bezugspunkt stehen. So gibt es Massemomente, Flächenmomente und weitere z.T. abstrakte Momentenbegriffe.

Druck ist Kraft pro Fläche [N/m^2]. Diese Einheit wird mit der Bezeichnung Pa (Pascal) zusammengefasst. In der Festigkeitslehre ist Kraft pro Fläche auch die Materialspannung mit der Abkürzung σ für die Zug-/Druckspannung und τ für die Schubspannung. Zur Vermeidung großer Zahlen wird hier gern die Einheit kN/cm^2 verwendet.

Beschleunigung ist die Änderung des Bewegungszustands einer Masse infolge einer auf die Masse wirkenden Kraft. Es gilt:

[1] Die hier behandelten Grundlagen der Mechanik stützen sich auf das Newton'sche Weltbild, in welchem die Masse eines Körpers unveränderlich ist und Kräfte entweder aus der Massenanziehung (Gravitation), aus anderen "interatomaren" Erscheinungen (z.B. Magnetismus, Wärmeausdehnung) stammen oder als Scheinkräfte (Trägheit) in beschleunigten Bezugssystemen auftreten. Seit Einstein arbeiten die Physiker an einem neuen Weltbild, in dem die Definitionen von Masse und Kraft verfeinert worden sind.

$$\text{Beschleunigung}\left[\frac{m}{s^2}\right]=\frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}\left[\frac{N}{kg}\right]$$

In dieser grundlegenden Beziehung sind Beschleunigung, Kraft und Masse physikalische **Dimensionen**, die in einer Berechnung mit **Maßeinheiten** versehen werden müssen. So lautet die Einheit der Beschleunigung m/s^2, die Einheit der Kraft N und die Einheit der Masse kg. Daraus kann man die Dimensionsbeziehung $N = kg \cdot m/s^2$ ableiten. Es können auch andere Einheiten verwendet werden, meist Vielfache der Grundeinheiten. Für die Beschleunigung wird in der Praxis gern die Einheit der Erdbeschleunigung g verwendet mit g = 9,81 m/s^2. Als Masseneinheit wird gern die metrische Tonne mit t = 1000 kg und die dazugehörige Kraft mit Kilo-Newton kN = 1000 N verwendet. In technischen Regeln zum Straßenverkehr findet man auch das Deka-Newton daN = 10 N.

Bei allen Berechnungen sollte eine **Kontrolle der Dimensionen und Einheiten** durchgeführt werden. Sind Winkel mit ihrer Größe (nicht als Sinus oder Kosinus usw.) in einer Formel enthalten, müssen sie unbedingt mit dem Bogenmaß (Arcus oder Radiant, abgekürzt rad) eingesetzt werden. Dieses ist bei der Dimensionskontrolle dimensionslos, ebenso wie die Funktionen Sinus, Kosinus, Tangens usw. Dazu ein Beispiel:

Die Formel für die Tangentialbeschleunigung a_y an einem Körper, der harmonische Schwingungen durchführt, hier z.B. ein Schiff im Seegang, lautet:

$$a_y = z \cdot \hat{\phi} \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{T_\phi}\right)^2 \; [m/s^2] \qquad \text{typische Werte: } a_y = 10 \cdot 0{,}52 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{13}\right)^2 = 1{,}21 \; m/s^2$$

z = Abstand des Stauplatzes, an dem die Beschleunigung stattfindet, von der Drehachse [m]

$\hat{\phi}$ = Rollamplitude (größter Neigungswinkel) [rad] (hier ist $\hat{\phi}$ = 0,52, entspricht etwa 30°)

T_ϕ = Rollperiode (Dauer einen vollen Rollschwingung) [s]

Die Dimensionskontrolle ergibt Weg/Zeit^2, denn $\hat{\phi}$ und $2 \cdot \pi$ sind dimensionslos. Die Einheit [m/s^2] ist nur dann korrekt, wenn z in Metern und T_ϕ in Sekunden in die Formel eingesetzt werden.

6. Gebrauch eines Tascherechners mit wissenschaftlicher Notation

Erfahrungsgemäß wird der Taschenrechner im täglichen Leben nur für die vier Grundrechenarten benutzt. Wird er zur Lösung komplexer Aufgaben eingesetzt, muss man nicht nur die Sonderfunktionen SIN, COS, LN, e^x usw. kennen, sondern auch die Rangordnung (Punktrechnung/Strichrechnung) und die Klammerregeln beachten. Leider ist die Bedienung bei den einzelnen Rechnerfabrikaten nicht ganz einheitlich. Man muss sich also mit seinem eigenen Rechner unbedingt vertraut machen. Dazu einige Übungsaufgaben aus dem Bereich der Berechnungen zur Ladungssicherung mit ihren Lösungen zur Kontrolle:

$$F_Z = 2500 \cdot \frac{1{,}4}{1{,}939} = 1805$$

$$n = \frac{0{,}3 \cdot 11200}{1{,}8 \cdot 380 \cdot 0{,}2} = 24{,}56$$

$$L = \sqrt{1{,}2^2 + 0{,}6^2 + 1{,}4^2} = 1{,}939$$

$$\alpha = \arctan(1{,}0 / 3{,}8) = 2{,}57 \text{ rad}$$

$$F_2 = 941{,}8 \cdot \frac{\sin 14{,}02°}{\sin 33{,}2°} = 416{,}7$$

$$J = 164 \cdot \left[8^2 + \frac{20^2 + 15^2}{12} \right] = 19038$$

$$\widehat{\phi} = \frac{35}{180} \cdot \pi = 0,61$$

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{3254}{35 \cdot 9,81 \cdot 2,3}} = 12,75$$

$$D_R = \frac{0,5 \cdot 24 \cdot 9,81 \cdot 2}{6/57,3} = 2248,5$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 1,40 \cdot 5} = 3,74$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,40}{5}} = 0,75$$

$$F = 320 \cdot e^{-0,3 \cdot 4,2} = 90,77$$

$$\mu = 0,637 \cdot \ln\left(\frac{25}{18}\right) = 0,21$$

$$\Delta X = \sqrt{(2,081 + 0,013)^2 - 1,2^2 - 0,8^2} - 1,5 = 0,018$$

$$SW_{RX} = 5000 \cdot \left(\frac{1,431 + 0,3 \cdot 2,4}{3,619} \right) = 2972$$

$$SW_X = 2600 \cdot (\cos 54° \cdot \cos 33° + 0,35 \cdot \sin 54°) = 2018$$

$$\Delta L = \frac{4 \cdot 314 \cdot (3000 - 300)}{100 \cdot 3000} = 11,3$$

$$F_X = 23 \cdot \left[(9,81 + 4,2) \cdot \sin 7° + 14 \cdot 0,122 \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi}{5,4} \right)^2 \right] = 92,45$$

Lösungen der Übungsaufgaben:

1. -82
2. 36
3. -66
4. $27 + \frac{16}{21} - \frac{2}{15} = 27 + \frac{80 - 14}{105} = 27 + \frac{66}{105} = 27 + \frac{22}{35} = \frac{967}{35}$
5. $\frac{1}{3}$
6. $\frac{7}{16} : \frac{16}{21} = \frac{7 \cdot 21}{16 \cdot 16} = \frac{147}{256}$
7. $\frac{ad + bc}{bd}$
8. $\frac{ad}{bc}$

9. $-(a+s)$
10. $-6a+4b+10c$
11. $14ad-8ac-21bd+12bc$
12. $3a-2b+\frac{2ax}{x+y}$
13. $(3ax+3ay)-(2bx+2by)=3a\cdot(x+y)-2b\cdot(x+y)=(x+y)\cdot(3a-2b)$
14. $2\cdot 4^2=32$
15. $3^5=243$
16. $10^4=10000$
17. $10^{-2}=0{,}01$
18. $6^4=1296$
19. $2^6=64$
20. $4^{0{,}2+1{,}8}=16$
21. $22^{\frac{1}{3{,}2}}=22^{0{,}3125}=2{,}627284404$
22. $a^0=1$
23. x = 3
24. x = 1
25. $x=\sqrt{(L+d)^2-b^2-c^2}-a$
26. $\frac{65}{110}=e^{-x\cdot\pi}$; $\ln\left(\frac{65}{110}\right)=-x\cdot\pi$; $x=-\frac{1}{\pi}\cdot\ln\left(\frac{65}{110}\right)$; x = 0,16746
27. $\sqrt{x^3-4}+12=14$; x = 2
28. $\frac{5-0{,}5}{0{,}2}\cdot x=130$; x = 5,8
29. $22{,}4\cdot x=18{,}2\cdot 126$; x = 102
30. $0{,}5\cdot 12000=0{,}4\cdot 12000+x\cdot 0{,}4\cdot 500$; x = 6